Die Null

Ein kleiner Aufsatz zu einer Zahl und Ziffer von

Ulrich H. Baselau

Die Ziffern sind empirischen Ursprungs. Selten brauchte man mehr als 5 oder 6 Zeichen. Die Römer benutzten 7 (I, V, X, L, C. D, M für 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000) und konnten mit ihrem System der Addition und Subtraktion der Zeichen alle natürlichen Zahlen darstellen. Eine Null gab es nicht.

Mit Beginn eines Stellensystems im 5. Jahrhundert n Chr in Indien wurde die Null **er**funden (die anderen Ziffern waren, da empirisch abgeleitet, **ge**funden worden). Die Null ist also logischen Ursprungs. Sie diente zunächst ausschließlich als Platzhalter in Stellenwertsystemen.

Algebra

Null ist die einzige Zahl, die in allen vier Grundrechenarten „besonders" ist:

- Bezüglich der Addition ist sie neutral.
- Bezüglich der Subtraktion ist sie rechtsneutral.
- In der Multiplikation sie absorbierendes Element, sie „zerstört" jedes Produkt.
- Sie ist bezüglich der drei ersten Verknüpfungen idempotent, d. h. sie erzeugt sich selbst (0+0=0 / 0–0=0 / 0·0=0).
- In der Division schafft sie „das" Problem der Mathematik, denn Aufgaben mit null als Divisor (Nenner) haben entweder keine Lösung oder aber jede Zahl liefert wahre Lösungen.

Während alle Rechenoperationen, die aus der Abgeschlossenheit der jeweiligen Zahlenmenge herausführen, mit einer Zahlbereichserweiterung beantwortet werden konnten, also

- 3–5 = ? führt zu den ganzen Zahlen (Z),
- 2:7 = ? führt zu den rationalen Zahlen (Q),
- x·x = 8 führt zu den reellen Zahlen (R) und
- x·x= –8 führt zu den komplexen Zahlen (C),

lässt sich das Problem mit der Null als Divisor nicht lösen.

Analysis

Das führte vor allem in der Analysis zu erheblichen Problemen, die vor allem durch Leibniz (1684) und Newton (1687) – je unabhängig voneinander – mit der Infinitesimalrechnung gelöst wurden.

Beim Versuch, aus einer Sekante (zwei Punkte auf einem Graphen definieren die Schneidende) eine Tangente (der zweite Punkt nähert sich auf dem Graphen dem ersten, bis er deckungsgleich ist mit ihm) zu machen, wird der Nenner, den das Steigungsdreieck definiert, null.

Der sehr elegante „Trick" ist, dass bei der allgemeinen Berechnung immer darauf verwiesen wird, dass der Nenner nicht null sein darf, der Bruch jedoch mit gerade diesem Nenner kürzbar ist.

Wenn man ausschließlich den letzten Term betrachtet hinsichtlich der Forderung, dass der Nenner nicht null sein darf, so stellt sich die Frage: Welcher Nenner?

Daraus ergeben sich eine Reihe von Folgerungen, die alle in Hinblick auf die Null stehen:

- Der Graph einer Funktion schneidet eine Achse des Koordinatensystems, wenn entweder $x=0$ oder $y=0$ gilt.
- Der Graph hat einen Extremwert, wenn $f'(x)=0$ und zugleich $f''(x)\neq 0$ ist.
- Der Extremwert ist ein TIP, wenn $f'(x)=0$ und zugleich $f''(x)>0$ ist.
- Der Extremwert ist ein HOP, wenn $f'(x)=0$ und zugleich $f''(x)<0$ ist.
- Der Graph hat einen WP, wenn $f''(x)=0$ und zugleich $f'''(x) \neq 0$ ist.
- Der WP kann auch eine waagerechte Tangente haben, sodass ein Sattelpunkt (Terrassenpunkt) entsteht, also $f'(x)=0$ und zugleich $f''(x)=0$ ist.

Eine Grenzwertbetrachtung ohne die Bildung von „Nullfolgen" ist häufig sehr schwierig, der Begriff „Grenzwert / Limes" in der Mathematik mit dem „Divisionsproblem" unmittelbar verbunden und ist, wie es Wikipedia[1] ausdrückt, „eines der wichtigsten Konzepte der Analysis".

Wie sagt der Mathematiker? Mit allem werden wir fertig, aber nicht mit dieser verflixten Null.

---

[1] http://de.wikipedia.org/wiki/Grenzwert_(Funktion)